

DESARROLLO DE UN MODELO MATEMÁTICO PARA EL BIOSECADO DE RESIDUOS SÓLIDOS ORGÁNICOS EN PILAS

Development of a mathematical model for biodrying of organic solid waste in piles

Carlos OROZCO ÁLVAREZ¹, Estefanía MOLINA CARBAJAL¹, Javier MEGCHUN DÍAZ¹,
Anselmo OSORIO MIRON² y Fabián ROBLES MARTÍNEZ^{1*}

¹ Unidad Profesional Interdisciplinaria de Biotecnología, Instituto Politécnico Nacional, Av. Acueducto s/n, Col. La Laguna Ticomán, 07340 Ciudad de México, México

² Facultad de Ciencias Químicas, Campus Orizaba, Universidad Veracruzana, Oriente 6 1009, Rafael Alvarado, 94340 Orizaba, Veracruz, México

*Autor para correspondencia: froblesm@ipn.mx

(Recibido enero 2017; aceptado julio 2018)

Palabras clave: transferencia de masa y calor, degradación aerobia, fase termofílica

RESUMEN

Se desarrolló un modelo matemático determinístico para representar el proceso de biosecado de una pila de residuos sólidos orgánicos dentro de una estructura tipo invernadero. El modelo incluye transferencia de masa, transferencia de calor, crecimiento microbiano y degradación de la materia orgánica. La formulación matemática está integrada por un sistema de cuatro ecuaciones diferenciales, obtenidas mediante balances de masa y energía en el centro de la pila, para calcular: 1) evaporación de agua, 2) crecimiento microbiano, 3) consumo de materia orgánica y 4) temperatura. La primera determinó la pérdida de humedad a través del coeficiente de transferencia de masa; la segunda empleó el modelo logístico de crecimiento microbiano; la tercera utilizó el modelo de consumo de materia orgánica, y la cuarta integró el modelo de generación de calor microbiano, el modelo de enfriamiento-calentamiento por convección natural y la entalpía para evaporación. El modelo es una herramienta útil para predecir los tiempos de actividad microbiana y secado de la pila, así como el grado de degradación de la materia orgánica durante el biosecado. Para el caso particular del presente trabajo, el modelo nos permitió mostrar que la actividad microbiana sólo degrada el 13 % de la materia orgánica; que tiene un periodo de duración de 30 días durante los cuales se perdió el 63 % de la humedad de la pila; que elevó a 65°C la temperatura de la pila, y que incrementó cinco veces la velocidad de evaporación, aunque el calor metabólico sólo aportó el 13 % del calor para la evaporación y el resto fue aportado por la radiación solar.

Key words: mass and heat transfer, aerobic degradation, thermophilic phase

ABSTRACT

A deterministic mathematical model was developed for biodrying a pile of organic solid waste inside a structure of glasshouse. The model included mass transfer, heat transfer, microbial growth and degradation of organic matter. The mathematical formulation is integrated by a system of four differential equations, obtained from a balance of mass

and heat in the center of the pile, which are used to calculate: (1) water evaporation, (2) microbial growth, 3) consumption of organic matter, and 4) temperature. The first equation determined the moisture loss through the mass transfer coefficient and the air humidity gradient; the second one used the logistic model of microbial growth; the third one used the organic matter consumption model, and the fourth equation considered the heats of microbial metabolism, natural convection cooling-heating and the enthalpy for evaporation. The model is a useful tool for predicting microbial activity times and drying, as well as the degree of degradation of organic matter. In the particular case of this study, the model shows that the microbial activity only degraded 13 % of the organic matter, had a period of duration of 30 days during which 73% of the humidity of the pile was lost; raised the temperature of the pile to 65° C, and increased five times the rate of evaporation, but only contributed 13% of the heat for evaporation and the rest was contributed by solar radiation.

INTRODUCCIÓN

En la actualidad existe una alta generación de residuos orgánicos en diferentes sectores productivos de nuestro país, por lo que es importante darles un tratamiento y disposición adecuados. El biosecado de residuos sólidos es un tratamiento novedoso que tiene como finalidad disminuir la humedad de estos residuos y por lo tanto reducir su volumen y peso; además, permite la utilización de los bioresiduos como combustible (Shao et al. 2010, Robles-Martínez et al. 2013). Por otra parte, el modelado del biosecado es escaso, no así el modelado del composteo, del cual se han reportado una amplia variedad de modelos (Mason 2006, Vlyssides et al. 2009, Petric y Selimbasic 2008, Zhang et al. 2012). En el biosecado no se agrega agua, mientras que en el composteo se adiciona agua periódicamente para mantener la humedad del residuo sólido.

Para trabajar en el modelo propuesto en el presente trabajo, se tomaron en su totalidad los resultados experimentales reportados por Díaz-Megchún (2014), en los cuales el proceso de biosecado se desarrolló al interior de una estructura tipo invernadero, con el objetivo de: *a*) proteger las pilas de la lluvia y *b*) aprovechar la energía solar para tener mejores condiciones de biosecado. Díaz Megchun trabajó con pilas de 350 kg y al final del biosecado su peso se redujo en 75 %, en tanto que la humedad inicial y final fue de 70 % y 18 %, respectivamente (**Fig. 1**).

La temperatura de las pilas inició en 25°C y subió hasta 65°C en 10 días. Luego del día 11 y hasta el día 30 bajó lentamente de 65 a 50°C, teniendo repuntes hasta los 70°C después del volteo. Del día 31 al 50 bajó aún más lentamente hasta 23-25°C. El volumen de la pila, sus dimensiones y el área de sus caras, se van reduciendo paulatinamente a medida que la matriz va perdiendo humedad. Respecto de

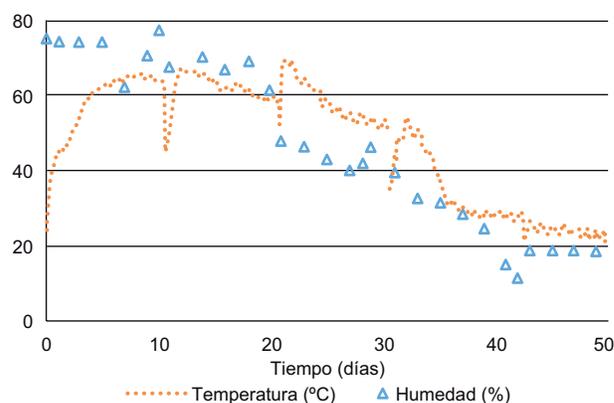


Fig. 1. Comportamiento de la humedad y la temperatura en el centro de la pila de residuos

las condiciones ambientales, la temperatura y humedad relativa dentro de la estructura tipo invernadero variaron, día y noche, de 50°C a 17°C y de 20 % a 82 %, respectivamente (**Fig. 2**). Finalmente, la velocidad del viento varió al interior de dicha estructura en un intervalo de 0.2 a 0.6 km/h. En la **figura 3** se muestra un esquema de la pila de residuos. Así, el presente trabajo busca obtener un modelo que refleje de manera adecuada los resultados experimentales obtenidos durante el biosecado de pilas de residuos sólidos orgánicos.

MATERIALES Y MÉTODOS

Mediante la aplicación de la ecuación general de balance para la masa en el centro geométrico de la pila se obtuvieron las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{-VEA_{masa}(t) \times H}{mh(t)}; \quad \frac{\text{kg agua}}{\text{kg peso fresco} \times \text{día}} \quad (1)$$

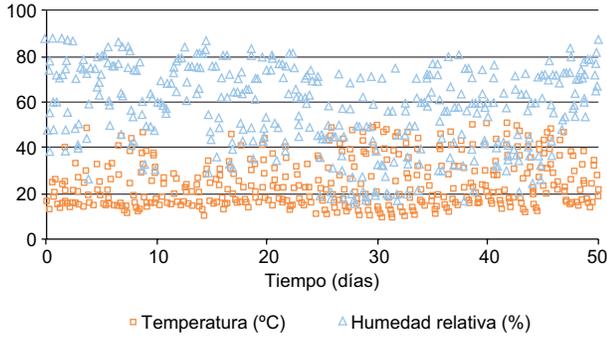


Fig. 2. Comportamiento de la temperatura y la humedad del aire al interior del invernadero

$$\frac{dx}{dt} = \mu(x); \frac{\text{kg biomasa}}{\text{kg peso seco} \times \text{día}} \quad (2)$$

$$\frac{ds}{dt} = -qs(x); \frac{\text{kg sustrato}}{\text{kg peso seco} \times \text{día}} \quad (3)$$

Utilizando la ecuación general de balance de energía se obtuvo la siguiente ecuación para la temperatura en la pila:

$$\frac{dT_{pila}}{dt} = \left[\left[\frac{dQ_{biol}}{dt} \right] + \left[\frac{dQ_{cal_enf}}{dt} \right] - \left[\frac{dQ_{evap_agua}}{dt} \right] \right] \frac{1}{cp(t)}; \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{día}} \quad (4)$$

Donde:

$$\frac{dQ_{biol}}{dt} = qk(x); \frac{\text{kJ}}{\text{kg de peso por día}} \quad (5)$$

$$\frac{dQ_{cal_enf}}{dt} = \frac{U(t) A(t) [Ta(t) - To]}{ms(t)}; \frac{\text{kJ}}{\text{kg peso seco por día}} \quad (6)$$

$$\frac{dQ_{evap_agua}}{dt} = Q_{VEA}(t); \frac{\text{kJ}}{\text{kg peso seco por día}} \quad (7)$$

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La resolución de las ecuaciones se efectuó con el programa comercial MathCad 14TM, para lo cual se definió el tiempo de secado como $t := 0, 50$. Con dicho programa se realizaron los cálculos cada dos horas en un periodo de tiempo de 0 a 50 días.

Por otra parte, se requirió una correlación de la temperatura del invernadero con relación al tiempo, $Ta(t)$, ya que todas las propiedades del aire y de la pila están en función de esta temperatura, por ende variaron con el tiempo. Así, se obtuvo la siguiente correlación con base en las mediciones realizadas día y noche cada 2 h:

$$Ta(t) = [14 \times \sin(5.5 t)] + 29 \text{ } ^{\circ}\text{C} \quad (8)$$

Como puede observarse en la **figura 4**, la temperatura obtenida por medio de la correlación refleja el promedio de las temperaturas alcanzadas en el túnel tipo invernadero durante la experimentación.

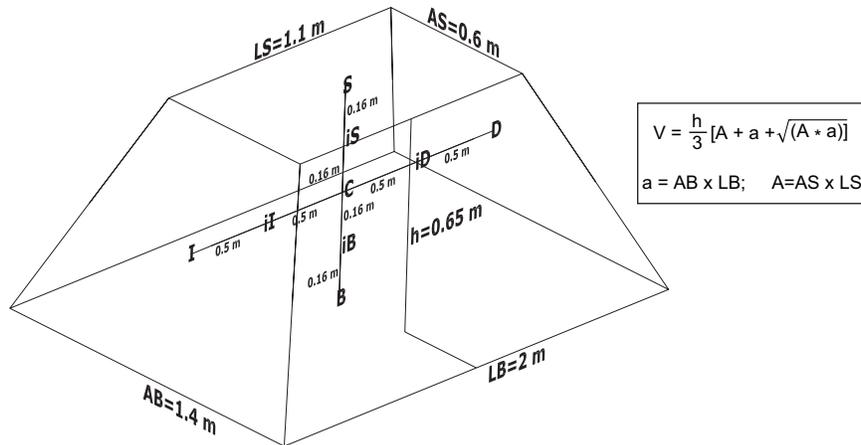


Fig. 3. Esquema de una pila de residuos y distribución de termopares. C, D, I, S, B, i: centro, derecha, izquierda, superior, base, intermedio, respectivamente

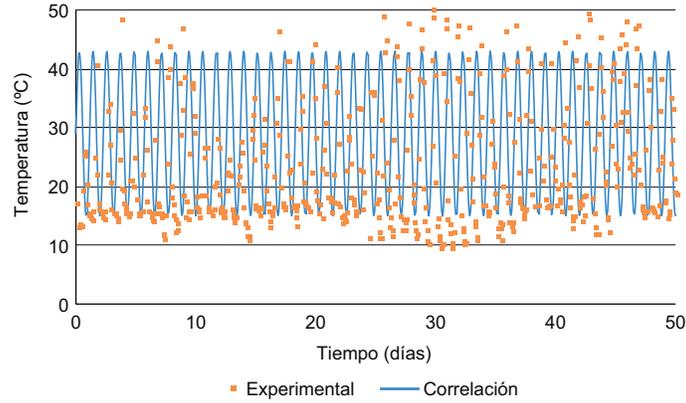


Fig. 4. Comparación de la temperatura del invernadero y su correlación

Cálculo de la velocidad de evaporación de agua

Para obtener la ecuación 1 se consideró que no entró agua del ambiente a la pila. El vapor de agua generado por la actividad microbiana (respiración aerobia) salió de la pila a través de su porosidad, por lo que la desacumulación del agua de la pila sólo se debió a la evaporación de la misma a través del equilibrio entre las velocidades de transferencia de masa y calor. También se consideró que la pérdida de humedad ocurrió a velocidad de secado constante y el cálculo se realizó mediante la ecuación 9 (Singh y Heldman 2009):

$$VEA_{masa}(t) = k_{masa}(t) A(t) C_{ws} - C_w(t); \frac{kg \text{ agua}}{\text{día}} \quad (9)$$

a. El coeficiente de transferencia de masa, $k_{masa}(t)$, se calculó mediante la ecuación 10:

$$k_{masa}(t) = Sh(t) \frac{Dif(t)}{L(t)} 3600 \times 24; \frac{m}{\text{día}} \quad (10)$$

a.1 La dimensión característica de la pila durante el biosecado, $L(t)$, está definida como la longitud promedio de la pila por la que circula el aire (Cengel y Ghajar 2011). De acuerdo con los datos experimentales (Díaz-Megchún 2014), esta longitud promedio disminuyó respecto al tiempo de biosecado, como se observa en la figura 5, y la correlación obtenida fue:

$$L(t) = 0.0002t^2 - 0.021t + 1.291; \text{ m} \quad (11)$$

a.2 Para la difusividad del vapor de agua en el aire, $Dif(t)$, se obtuvo una correlación en un intervalo de 0 a 100°C (Singh y Heldman 2009):

$$Dif(t) = (0.143Ta(t) + 19.8)10^{-6}; \frac{m^2}{s} \quad (12)$$

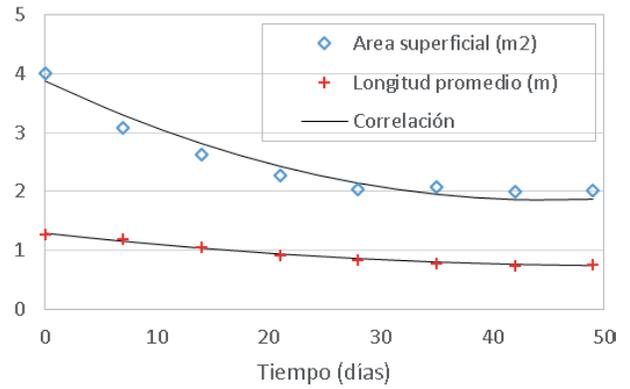


Fig. 5. Comportamiento de la longitud promedio y área superficial de la pila

a.3 Posteriormente se calculó del número de Sherwood, $Sh(t)$, para régimen laminar:

$$Sh(t) = 0.664 Re(t)^{1/2} Sc(t)^{1/3}; \text{ si } Re(t) < 5 \times 10^5 \quad (13)$$

a.3.1 También se calculó el número de Reynolds, $Re(t)$:

$$Re(t) := \frac{L(t) u \rho_{aire}(t)}{\mu_{aire}(t)} \quad (14)$$

La velocidad promedio del aire en el invernadero, u , fue de 0.1 m/s. La densidad del aire, $\rho_{aire}(t)$, depende de la temperatura y la humedad específica del aire en el invernadero, y se calcula mediante la ecuación 15 reportada por Singh y Heldman (2009):

$$\rho_{aire}(t) := \frac{1}{[0.082Ta(t) + 22.4] \times \left[\frac{1}{29} + \frac{Wa(t)}{18} \right]} \frac{kg}{m^3} \quad (15)$$

La variación de la humedad específica del aire, $Wa(t)$, se determinó mediante la ecuación 16:

$$Wa(t) := -0.00055 \sin(5.5t) + 0.0111; \frac{\text{kg agua}}{\text{kg aire seco}} \quad (16)$$

El aire está conformado por aire seco y vapor de agua, y ya que su viscosidad, $\mu_{\text{aire}}(t)$, tiene una gran variación respecto a la temperatura, se determinaron las siguientes correlaciones en un intervalo de 0 a 100°C:

$$\mu_{\text{aire seco}}(t) := (-3 \times 10^{-11} Ta(t)^2) + (5 \times 10^{-8} Ta(t)) + (1.729 \times 10^{-5}); \frac{\text{kg}}{\text{m s}} \quad (17)$$

$$\mu_{\text{vapor agua}}(t) := (4 \times 10^{-8} Ta(t)) + (9 \times 10^{-6}); \frac{\text{kg}}{\text{m s}} \quad (18)$$

$$\mu_{\text{aire}}(t) := \mu_{\text{aire seco}}(t) + (\mu_{\text{vapor agua}}(t) Wa(t)); \frac{\text{kg}}{\text{m s}} \quad (19)$$

a.3.2 El número de Schmidt, $Sc(t)$, se calculó mediante la ecuación 20:

$$Sc(t) := \frac{\mu_{\text{aire}}(t)}{\rho_{\text{aire}}(t) Dif(t)} \quad (20)$$

b. El área superficial de la pila durante el biosecado, $A(t)$, disminuyó con relación al tiempo de secado, como se muestra en la **figura 5** (Díaz-Megchún 2014). La correlación obtenida fue:

$$A(t) := 0.001t^2 - 0.104t + 3.878; \quad \text{m}^2 \quad (21)$$

c. El cálculo del gradiente de humedad del aire en el invernadero, $Cws_Cw(t)$, se realizó a través de las propiedades psicrométricas, las cuales se pueden determinar por medio de las expresiones empíricas

desarrolladas por Martin (1961). Para calcular dichas propiedades se empleó una presión atmosférica de 77 kPa (Ciudad de México), y los valores registrados de las temperaturas de bulbo seco y húmedo (T_{bs} y T_{bh} , respectivamente) reportadas por Díaz-Megchún (2014). De esta forma se obtuvieron los resultados mostrados en el **cuadro I**.

Por medio de los datos obtenidos de humedad específica, $Wa(t)$, máxima (0.0117) y mínima (0.0106), se determinó una correlación que fluctuara entre estos valores:

$$Wa(t) := -0.00055 \sin(5.5t) + 0.0111; \frac{\text{kg agua}}{\text{kg aire seco}} \quad (22)$$

Por medio de los datos calculados del gradiente de humedad en el aire, $Cws_Cw(t)$, se determinó también una correlación que fluctuara entre los valores máximo (0.0113) y mínimo (0.0014):

$$Cws_Cw(t) := 0.0048 \sin(5.5t) + 0.0063; \frac{\text{kg agua}}{\text{m}^3} \quad (23)$$

La expresión anterior es útil cuando no hay crecimiento microbiano (y ayudaría a predecir el secado de la pila sin actividad microbiana), pero en presencia de éste, la T_{bh} en el centro de la pila se elevó hasta 65 °C, en 10 días, como se observa en la **figura 1**. En consecuencia, la humedad relativa (HR) en el centro de las pila se incrementó a 37-38 %. Estas condiciones disminuyeron paulatinamente hasta el día 30 del proceso de biosecado. En este último punto la temperatura y humedad relativa de la pila fueron de 50°C y 27 %, respectivamente, mientras que en los restantes 20 días la temperatura continuó disminuyendo lentamente hasta 25-22°C. Como resultado del crecimiento microbiano, la T_{bh} se elevó de acuerdo con los niveles mencionados, por lo que

CUADRO I. PROPIEDADES PSICROMÉTRICAS DEL AIRE DEL INVERNADERO A TEMPERATURAS PROMEDIO MÁXIMA (DÍA) Y MÍNIMA (NOCHE)

Propiedad	Día		Noche	
	Condiciones normales	Condiciones de saturación	Condiciones normales	Condiciones de saturación
T_{bs} (°C)	43	21	15	12.2
T_{bh} (°C)	21	21	12.2	12.2
%HR	16	100	75	100
Wa (kg agua/kg aire seco)	0.0117	0.0207	0.0106	0.0117
V (m ³ / kg aire seco)	0.9108	0.8596	0.8287	0.8221
Cw (kg agua/m ³)	0.0128		0.0128	
Cws (kg agua/m ³)		0.0241		0.0142
Cws_Cw		0.0113		0.0014

fue necesario determinar nuevamente el gradiente de humedad del aire inmerso en el centro de la pila. En el **cuadro II** se presentan las nuevas condiciones de saturación para los días 10 y 30 del bioproceso.

CUADRO II. NUEVAS CONDICIONES DE SATURACIÓN DEL AIRE INMERSO EN LA PILA DEBIDO AL AUMENTO DE T_{bs} Y T_{bh} POR EL CRECIMIENTO MICROBIANO

Propiedad	Días de biosecado	
	10	30
$T_{bs_{pila}}$ (°C)	65	50
$T_{bh_{pila}}$ (°C)	46	30
$\%HR_{pila}$	37	27
	Condiciones de saturación	
$\%HR$	100	100
W_{apila} (kg agua/kg aire seco)	0.0937	0.0362
V_{pila} (m ³ / kg aire seco)	1.0388	0.9073
$C_{ws_{pila}}$ (kg agua/m ³)	0.0902	0.0399

C_w y C_{ws} se calcularon en los días 0 y 50 del biosecado como el promedio de los valores obtenidos en el **cuadro I**:

$$C_w = \frac{0.0128 + 0.0128}{2} = 0.0128$$

$$C_{ws} = \frac{0.0241 + 0.0142}{2} = 0.0194$$

Así, $C_{ws_{pila}}$ durante todo el periodo de biosecado (0 a 50 días) se calculó de la siguiente forma, obteniéndose un valor de 0.0488:

$$C_{ws_{pila}} = \left[\left(\frac{0.0194 + 0.0902}{2} \right) \times \frac{10}{50} \right] + \left[\left(\frac{0.0902 + 0.0399}{2} \right) \times \frac{20}{50} \right] + \left[\left(\frac{0.0399 + 0.0194}{2} \right) \times \frac{20}{50} \right]$$

El nuevo gradiente de humedad, tomando en cuenta la actividad microbiana, $C_{ws_{pila}} - C_w$, se calculó de la siguiente manera, obteniéndose un valor de 0.036:

$$C_{ws_{pila}} - C_w = (0.0488 - 0.0128); \frac{\text{kg agua}}{\text{m}^3}$$

Finalmente, para resolver la ecuación 1 se necesitó una correlación de la variación del peso fresco de la pila respecto al tiempo de biosecado, $mh(t)$, la cual

s obtuvo de los resultados mostrados en la **figura 6** (Díaz-Megchún 2014):

$$mh(t) := 0.0145t^2 - 12t + 335; \quad \text{kg peso fresco} \quad (24)$$

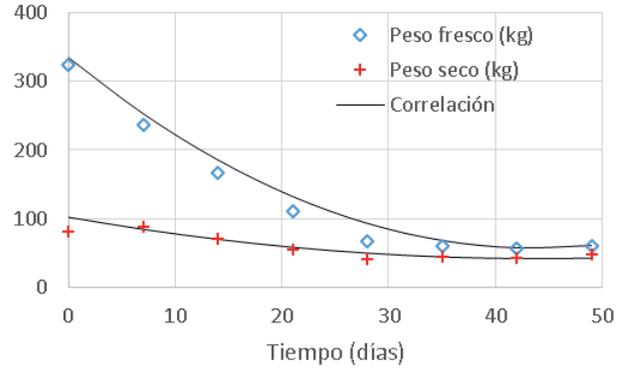


Fig. 6. Comportamiento del peso seco y fresco de la pila

Cálculo de la velocidad de crecimiento microbiano

Para obtener la ecuación 2 se consideraron nulos la entrada, la salida y el consumo de biomasa, por lo que la acumulación sólo se debió al crecimiento microbiano (en el término de biomasa están consideradas las diferentes poblaciones microbianas que están presentes en la pila de residuos). Para el cálculo del crecimiento microbiano se empleó el modelo logístico de Bailey y Ollis (1986):

$$\mu = \mu_{max} \left(1 - \frac{x}{x_{max}} \right) \times \text{día} \quad (25)$$

donde μ es la velocidad específica de crecimiento (día⁻¹); μ_{max} la velocidad específica de crecimiento máxima (0.15 día⁻¹), resultado obtenido del tratamiento de los valores de biomasa reportados en la **figura 7** (Díaz-Megchún 2014); x la concentración de biomasa a través del tiempo (kg/kg peso seco), y x_{max} la máxima biomasa obtenida experimentalmente (0.046 kg/kg peso seco) (**Fig. 7**).

Cálculo de la velocidad de consumo de sustrato (materia orgánica)

Al igual que la biomasa, la desacumulación del sustrato sólo se debió al consumo ejercido por la población microbiana, por lo que fueron nulos los términos de entrada, salida y generación.

Para resolver la ecuación 3 se emplearon la ecuación 26 y el modelo logístico de crecimiento celular (Bailey y Ollis 1986):

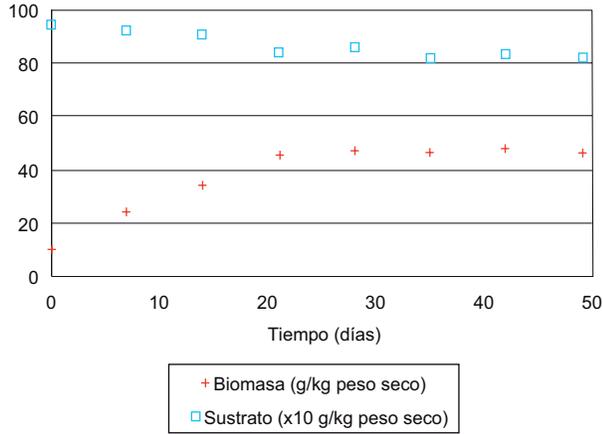


Fig. 7. Comportamiento del crecimiento microbiano y del sustrato en la pila

$$q_s = \left(\frac{\mu_{max} \left(1 - \frac{x}{x_{max}} \right)}{Y_{xs}} \right); \quad \frac{\text{kg sustrato}}{\text{kg biomasa} \times \text{día}} \quad (26)$$

donde q_s es la velocidad específica de consumo de sustrato (kg sustrato/kg biomasa \times día) e Y_{xs} el rendimiento biológico (kg biomasa/kg sustrato).

$$Y_{xs} = \frac{(x_{max} - x_o)}{(s_o - s_f)}; \quad \frac{\text{kg biomasa}}{\text{kg sustrato}} \quad (27)$$

donde x_o es la concentración inicial de biomasa, 0.0104 kg/kg peso seco; s_o la concentración inicial de sustrato (0.94 kg sustrato/kg peso), y s_f la concentración final de sustrato (0.82 kg sustrato/kg peso seco) (Fig. 7).

Cálculo de la velocidad de generación de calor microbiano

Para determinar el calor biológico generado por el crecimiento microbiano se tuvo que resolver la ecuación 5 mediante la ecuación 28 (Bailey y Ollis 1986, de Guardia et al. 2012, Zambra et al. 2011):

$$q_k = \left(\frac{\mu_{max} \left(1 - \frac{x}{x_{max}} \right)}{Y_{xk}} \right); \quad \frac{\text{kJ}}{\text{kg biomasa} \times \text{día}} \quad (28)$$

donde Y_{xk} es el rendimiento calórico (kg biomasa /kJ).

$$Y_{xks} = \frac{Y_{xs}}{\Delta H_s - (Y_{xs} \times \Delta H_c)}; \quad \frac{\text{kg biomasa}}{\text{kJ}} \quad (29)$$

donde ΔH_s es el calor de combustión del sustrato (1.463×10^4 kJ/kg) y ΔH_c el calor de combustión de la biomasa (2.383×10^4 kJ /kg).

Cálculo de la velocidad de calentamiento o enfriamiento de la pila

Para la resolución de la ecuación 6 se siguieron los siguientes pasos:

a. Perry y Chilton (1987) propusieron la ecuación 30 para calcular el coeficiente global de transferencia de calor $U(t)$:

$$U(t) = \frac{1}{\left[\frac{1}{h_{aire}(t)} + \frac{y_{pila}}{k_{pila}(t)} \right]}; \quad \frac{\text{kJ}}{\text{día} \times \text{m}^2 \times \text{°C}} \quad (30)$$

a.1 Primero se calculó el coeficiente de película de transferencia de calor para convección natural, $h_{aire}(t)$, mediante la ecuación 31 (Cengel y Ghajar 2011):

$$h_{aire}(t) := \frac{k_{aire}(t)}{L(t)} 0.14 [Gr(t) \times Pr(t)]^{0.33}; \quad \frac{\text{kJ}}{\text{día} \times \text{m}^2 \times \text{°C}} \quad (31)$$

a.1.1 La conductividad térmica del aire, $k_{aire}(t)$, está conformada por las conductividades del aire seco y el vapor de agua. Las correlaciones obtenidas se muestran a continuación para un intervalo de 0 a 100°C:

$$k_{aire\ seco}(t) := 7 \times 10^{-5} \times Ta(t) + 0.0237; \quad \frac{\text{W}}{\text{m} \times \text{°C}} \quad (32)$$

$$k_{vapor\ agua}(t) := 8 \times 10^{-5} \times Ta(t) + 0.0167; \quad \frac{\text{W}}{\text{m} \times \text{°C}} \quad (33)$$

$$k_{aire}(t) := [(k_{aire\ seco}(t)) + (k_{vapor\ agua}(t) \times Wa(t))] \quad (86.4); \quad \frac{\text{kJ}}{\text{día} \times \text{m} \times \text{°C}} \quad (34)$$

a.1.2 El cálculo del número de Grashof, $Gr(t)$, se realizó mediante la ecuación 35:

$$Gr(t) := (L(t))^3 (\rho_{aire}(t))^2 g \times \beta_{aire}(t) \times \frac{(Ta(t) - To)}{(\mu_{aire}(t))^2} \quad (35)$$

donde $g = 9.81 \text{ m/s}^2$; $To = 25^\circ\text{C}$, temperatura inicial de la pila; y el coeficiente de expansión volumétrica del aire, $\beta_{aire}(t)$, varía con relación a la temperatura, por lo que se obtuvo una correlación para un intervalo de 0 a 100°C:

$$\beta_{aire}(t) := (3.63 - 0.009Ta(t))10^{-3}; \quad \frac{1}{\text{°C}} \quad (36)$$

a.1.3 Se realizó el cálculo del número de Prandtl, $Pr(t)$, con la ecuación 37:

$$Pr(t) := \frac{cp_{aire}(t) \times \mu_{aire}(t)}{k_{aire}(t)} \quad (37)$$

La capacidad calorífica del aire, $cp_{aire}(t)$, está integrada por la del aire seco y la del vapor de agua. Se determinaron correlaciones para un intervalo de 0 a 100°C:

$$cp_{aire\ seco}(t) := (3 \times 10^{-5} \times Ta(t)) + 1.006; \frac{\text{kJ}}{\text{kg } ^\circ\text{C}} \quad (38)$$

$$cp_{aire}(t) := cp_{aire\ seco}(t) + 1.88Wa(t); \frac{\text{kJ}}{\text{kg } ^\circ\text{C}} \quad (39)$$

a.1.4 El término y_{pila} se determinó mediante la ecuación 40:

$$y_{pila} = z \left(\frac{H_o - H_c}{H_c - H_e} \right); \text{ m} \quad (40)$$

donde $z = 0.62$ m, profundidad promedio de la pila; $H_o = 75$ %, contenido inicial de humedad en la pila; $H_c = 18$ %, humedad crítica (ambas humedades en la **Fig. 1**); y $H_e = 5$ %, humedad de equilibrio, no determinada experimentalmente, pero de acuerdo con el origen de los residuos que componen la pila se utilizó un promedio de los valores reportados por Perry y Chilton (1987) para realizar los cálculos de esta secuencia.

a.1.5 Para calcular la conductividad térmica de la pila, $k_{pila}(t)$, se usó la ecuación 40, que considera una humedad promedio de la pila durante el biosecado ($H_{prom} = 46.5$ %) (**Fig. 1**) y la fracción promedio de aire atrapado en la misma ($\varepsilon = 0.15$):

$$k_{pila}(t) := \left(([(0.54(1 - H_{prom})) + (0.66H_{prom})] \times (1 - \varepsilon)) + (k_{aire}(t) \times \varepsilon) \right) \times (86.4); \frac{\text{kJ}}{\text{día} \times \text{m} \times ^\circ\text{C}} \quad (41)$$

donde los valores de 0.54 y 0.66 son las conductividades térmicas de la pila (residuo orgánico seco) y del agua, respectivamente, en $\text{W}/\text{m}^\circ\text{C}$ (van Ginkel et al. 2002).

b. Finalmente, los resultados experimentales de Díaz-Megchún (2014) mostraron que el peso seco de la pila durante el biosecado, $ms(t)$, disminuyó respecto al tiempo (**Fig. 6**). La correlación obtenida fue:

$$ms(t) = 0.031t^2 - 2.74t + 102; \text{ kg peso seco} \quad (42)$$

Cálculo de la velocidad de consumo de calor para la evaporación de agua

Para determinar el calor que se requiere para la evaporación de agua y así resolver la ecuación 7 se empleó la ecuación 43:

$$Q_{VEA}(t) := \frac{VEA_{masa}(t) \times \lambda_{agua}(t)}{ms(t)}; \frac{\text{kJ}}{\text{kg peso seco} \times \text{día}} \quad (43)$$

El calor latente de evaporación del agua, $\lambda_{agua}(t)$, se calculó mediante la ecuación 44 reportada por Singh y Heldman (2009):

$$\lambda_{agua}(t) := 2501 + 1.88T_{bh}(t); \frac{\text{kJ}}{\text{kg agua}} \quad (44)$$

donde T_{bh} se determinó a través de la siguiente correlación, obtenida de los datos del **cuadro I**:

$$T_{bh}(t) := [4.5 \sin(5.5t)] + 16.5; ^\circ\text{C} \quad (45)$$

Resolución del sistema de ecuaciones diferenciales

Para la resolución del sistema de ecuaciones diferenciales se definió una matriz (G) en la cual se introdujeron los valores iniciales de humedad ($H_o = 75$ %), biomasa ($x_o = 0.01$ kg/kg peso seco), sustrato ($s_o = 0.94$ kg/kg peso seco) y temperatura ($T_o = 25^\circ\text{C}$):

$$G := \begin{pmatrix} H_o \\ x_o \\ s_o \\ T_o \end{pmatrix}$$

El lado derecho de las ecuaciones diferenciales 1, 2, 3 y 4 se escribió en MathcadTM dentro de una matriz por medio de la siguiente sintaxis:

$$E(t, G) := \begin{pmatrix} \left(\frac{-VEA_{masa}(t)}{ml(t)} \right) \cdot G_0 \\ \left[\mu_{max} \left(1 - \frac{G_1}{x_{max}} \right) \right] \cdot G_1 \\ \left[\frac{\mu_{max} \left(1 - \frac{G_1}{x_{max}} \right)}{Y_{xs}} \right] \cdot (-G_1) \\ \left[\left[\frac{\mu_{max} \left(1 - \frac{G_1}{x_{max}} \right)}{Y_{xk}} \right] \cdot G_1 \right] + \left[\frac{(U(t)) \cdot A(t) \cdot (Ta(t) - G_3)}{ms(t)} \right] - \text{if}(G_3 > Ta(t), 0.17 \cdot Q_{vea}(t), 0.01 \cdot Q_{vea}(t)) \\ cp(t) \end{pmatrix}$$

La matriz de ecuaciones diferenciales se resolvió mediante el método numérico denominado Bulstoer de MathcadTM y los resultados fueron graficados (**Fig. 8**). Como se puede observar, el modelamiento representó adecuadamente las tendencias de pérdida de humedad, biomasa microbiana, sustrato residual (materia orgánica) y perfil de temperatura en el centro de la pila durante el biosecado; para este último parámetro, Nieto-Monteros (2013) reportó resultados

del modelamiento de la temperatura en composteo semejantes a los aquí obtenidos.

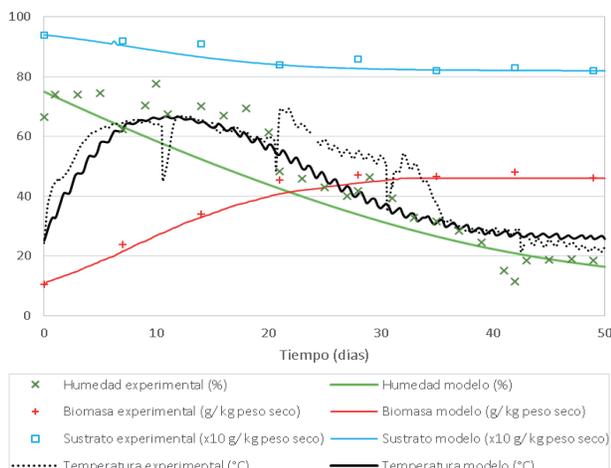


Fig. 8. Resultados del modelo desarrollado para el biosecado en el centro de la pila

Comparación entre los resultados experimentales y el modelamiento

El modelamiento de la biomasa alcanzó su máximo crecimiento celular en 30-35 días, obteniéndose un valor de 0.045 kg/kg peso seco, resultado que estuvo 4 % por debajo de la biomasa obtenida experimentalmente. Este mismo nivel de concordancia entre los resultados experimentales y el modelamiento fue reportado por Vlyssides et al (2009).

El modelado del sustrato (materia orgánica) en el mismo periodo de 30 días alcanzó un valor mínimo de 0.820 kg/kg peso seco, resultado que fue idéntico al experimental. Este modelamiento mostró que la población microbiana alcanzó su fase estacionaria o cese total de la actividad microbiana en 30-35 días, lo cual significó el final de la etapa de biosecado. Del día 30-35 al 50 el secado de la pila ocurrió sólo por secado solar en invernadero, de lo cual se dedujo que desde el inicio hasta el día 30-35 la pérdida de humedad de la pila se debió a la suma de biosecado (actividad microbiana) y secado solar en invernadero.

Con base en los resultados experimentales de crecimiento microbiano y sustrato, se determinó un rendimiento biológico de 0.3 kg biomasa/kg sustrato, y el crecimiento neto de la biomasa fue de 0.0356 kg biomasa/ kg peso seco; por lo tanto, hubo un consumo de sustrato de 0.119 kg sustrato/kg peso seco, lo que indicó que el crecimiento microbiano consumió el 13 % de la materia orgánica. Resultados idénticos fueron obtenidos con el modelamiento (Kaiser [1996] repor-

tó también igualdad entre resultados experimentales y el modelamiento).

Este resultado es una de las ventajas importantes del biosecado, ya que la materia orgánica sufre poca degradación y el residuo orgánico seco todavía conservaría un 87 % del poder calorífico inicial para ser empleado como combustible. También se conjetura que de la degradación de la materia orgánica sólo el 30 % se convirtió en biomasa y que el resto se transformó en CO₂, H₂O, calor y metabolitos que alcalinizaron el medio elevando el pH de 5 a 9 (Oviedo et al. 2014), transformaciones debidas a la actividad microbiana en la pila.

El modelamiento de la humedad y la temperatura se presentan por separado en la figura 9 para una mayor claridad.

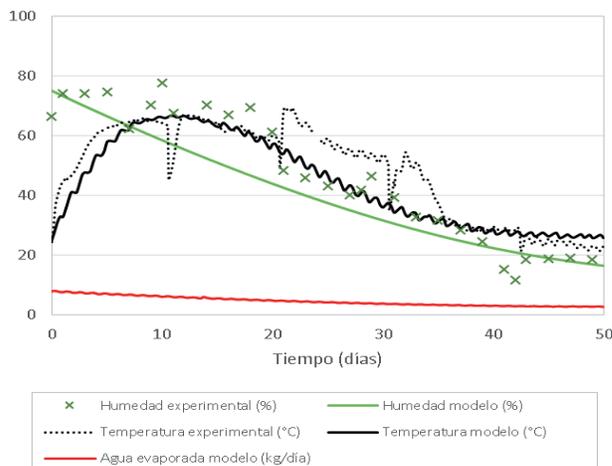


Fig. 9. Perfiles de temperatura y humedad en el centro de la pila con actividad microbiana.

Como se puede observar, el modelado de la humedad sólo reflejó la tendencia de la pérdida de humedad pero no el comportamiento real, debido a que experimentalmente la pila se volteó cada 10 días y no fue posible modelar este mezclado intermitente con ecuaciones y luego aplicarlo con dicha periodicidad.

Así, los resultados del modelado de la humedad durante el periodo de 0 a 35 días fueron de 15 a 17 % inferiores en comparación con los experimentales (diferencias significativas también fueron reportados por Higgins y Walker [2001]), y además en cada volteo la humedad experimental aumentó de 5 a 6 %. Este aumento de la humedad en cada volteo no pudo modelarse debido a la complejidad de expresar en ecuaciones el mezclado de una gran masa del centro de la pila y de mayor humedad con una pequeña masa

de menor humedad como es la superficie (Oviedo et al. 2014), aunada a la imposibilidad de estimar la velocidad de condensación del agua evaporada debido a que el volteo también enfría la pila de una T_{bh} de 65 a 23°C (**cuadro II**). Sin embargo, el modelado del perfil de la humedad durante el periodo de 35 a 50 días fue muy similar a los datos experimentales, ya que al no haber actividad microbiana —como lo predice el modelamiento— la temperatura de la pila bajó a 30°C (también predicho por el modelo); esto provocó una disminución significativa en la velocidad de evaporación (**Fig. 9**), en conjunto con una diferencia reducida entre T_{bh} de 30°C y 23°C. Así, cuando viene el volteo, éste ya no provoca una condensación significativa. De este modo la humedad final resultante del modelamiento fue idéntica a la experimental (16 %), validando este resultado la base de cálculo expuesta en el apartado 1c.

Con base en el modelado del agua evaporada mostrado en la **figura 9** se pudo estimar la velocidad de evaporación promedio obteniéndose un valor de 4.66 kg/día:

$$kg \text{ agua evaporada/día} = \left[\left(\frac{8+6.2}{2} \right) \times \frac{10}{50} \right] + \left[\left(\frac{6.2+3.7}{2} \right) \times \frac{20}{50} \right] + \left[\left(\frac{3.7+2.6}{2} \right) \times \frac{20}{50} \right]$$

Este resultado fue 2 % inferior respecto al resultado experimental, por lo que esto también ayudó a verificar la validez del modelo desarrollado.

Los resultados del modelado de la temperatura durante el periodo de 0 a 10 días estuvieron 10 % por debajo de los experimentales. Petric y Selimbasic (2008) reportaron diferencias de la misma magnitud entre lo experimental y el modelado. Del día 10 al 20 los resultados del modelado y los experimentales fueron idénticos. Del día 20 al 30 el modelado de la temperatura fue 35 % menor que la temperatura experimental. Esta diferencia se debe a que en el día 20 se efectuó el volteo de la pila, provocando su enfriamiento (de 65 a 47°C) y oxigenación, lo que a su vez ocasionó la reactivación de la actividad microbiana (que por otro lado ya empezaba a decaer, como se muestra en la **figura 9**) y por ende la temperatura se elevó nuevamente a valores de 65°C. No fue posible modelar el mezclado durante el volteo, pero el modelo sí permitió obtener la explicación anterior. Es decir, las velocidades de enfriamiento modelada y experimental fueron iguales (**Fig. 9**), pero el volteo elevó los valores de temperatura (35 % por arriba de los predichos por el modelamiento) y de ahí se registró un enfriamiento a la velocidad predicha por el modelo.

Del día 30 al 35 sucedió algo semejante a lo ocurrido en los días 20 a 30. Ahora la temperatura

experimental bajó a 40°C y luego se elevó rápidamente a 55°C después del volteo; pero como la actividad microbiana ya estaba por concluir, como lo predice el modelo (debido a la reducción de humedad), la temperatura de la pila disminuyó rápidamente a 32°C en el día 35. El modelo no representó estos resultados pero sirvió de apoyo para explicar este comportamiento en función de la reducción drástica de la actividad microbiana en el periodo.

Del día 35 al 42 los valores de temperatura experimental y modelada fueron idénticos, pero cuando se realizó el volteo en el día 42, la pila se enfrió a 24°C y así permaneció hasta el día 50 (la temperatura ya no se elevó porque la actividad microbiana ya había finalizado de acuerdo con el modelamiento). Del día 42 al 50 el modelado de la temperatura estuvo 15 % por arriba de los valores experimentales, porque el volteo aceleró el enfriamiento en comparación con la menor velocidad de enfriamiento predicha por el modelo. Puesto que no fue posible modelar la periodicidad de los volteos, las diferencias apreciables entre temperatura y humedad, modelada y experimental, se presentan precisamente durante los días de volteo de la pila.

Por otra parte, en la **figura 10** se muestran los diferentes calores involucrados en el biosecado de la pila, los cuales fueron calculados con el modelo desarrollado excepto en el caso de la radiación solar, que fue registrada experimentalmente en el interior del invernadero (Díaz-Megchún 2014); esta última fue correlacionada en función del tiempo, obteniéndose la ecuación 45:

$$Q_{radiacion} (t) = 20000 \sin(5.5 t) + 20000; \frac{kJ}{m^2 \times día} \quad (46)$$

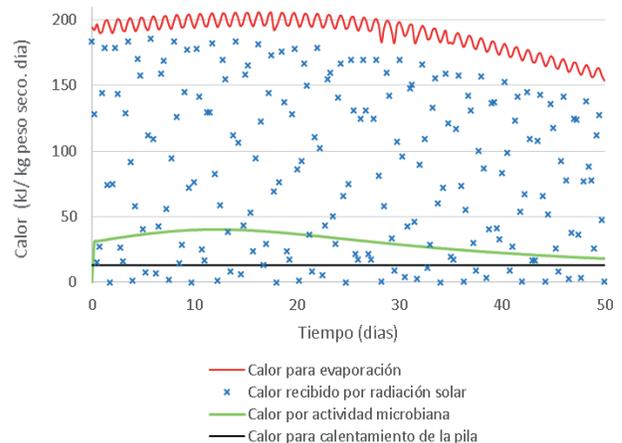


Fig. 10. Perfil de calores involucrados en el biosecado

Y para estimar el calor que absorbió la pila de la radiación solar se empleó la ecuación 46:

$$Q_{\text{recibido_pila}}(t) := \alpha Q_{\text{radiacion}} \cos \Theta \left[\frac{A(t)}{ms(t)} \right]; \quad (47)$$

kJ
kg peso seco × día

donde se usó una absorptividad (α) de 0.5, reportada por Singh y Heldman (2009) para el tipo de residuos de la pila, y un ángulo promedio de incidencia de 50° reportado por Cengel y Ghajar (2011) para el periodo octubre-diciembre.

Así, para calentar la pila de 25 a 65°C en 10 días se necesitaron 14 kJ/kg peso seco/día, y en ese mismo tiempo el calor predicho por el modelo para la actividad microbiana fue de 40 kJ/kg peso seco/día, de tal forma que el 35 % del calor microbiano fue suficiente para calentar la pila. El restante 65 % fue un aporte para la evaporación de la humedad de la pila, para la cual se necesitaron 207 kJ/kg peso seco/día; y el calor microbiano sólo aportó el 13 % de este calor (26 kJ/kg peso seco/día), por lo que el restante 87 % fue aportado por la radiación solar que penetró en el invernadero.

Una aportación importante del modelo fue mostrar que durante el periodo de actividad microbiana (0 a 30-35 días), el 87 % de la pérdida de humedad se debió a la radiación solar y sólo el 13 % de la evaporación se debió al aporte del calor microbiano. Otra aportación del modelo fue predecir los perfiles de humedad y temperatura en el centro de la pila sin considerar la actividad microbiana (estos resultados se muestran en la Fig. 11).

La humedad estimada a través del modelo sólo bajó de 75 a 58 % (empleando las ecuaciones 10, 21 y 23) y la velocidad promedio de evaporación fue de 0.90 kg agua/día (dato que deberá ser comprobado experimentalmente). Esta última fue cinco veces menor en comparación con la velocidad de evaporación experimental cuando hay actividad microbiana en la pila. Este comparativo fue posible sólo a través del modelamiento. En cambio, el modelado de la temperatura sin actividad microbiana sólo aumentó de 25 a 32°C, mostrando este resultado que la radiación solar no fue capaz de calentar significativamente el centro de la pila y que prácticamente fue empleada para la evaporación de agua (comportamientos que deberán ser comprobados experimentalmente).

Este modelamiento mostró que cuando hubo actividad microbiana, ésta fue un catalizador que incrementó cinco veces el gradiente de humedad del

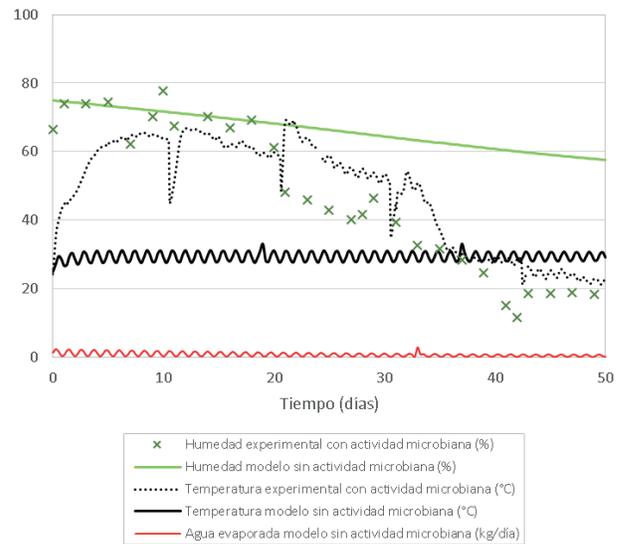


Fig. 11. Perfiles de temperatura y humedad modeladas para el centro de la pila y sin actividad microbiana

aire inmerso en la pila (elevó la temperatura de la pila hasta 65°C), aumentando en esta misma proporción la velocidad de evaporación (transferencia de masa), y que el 87 % de la energía necesaria para llevar a cabo esta evaporación acelerada (transferencia de calor) fue proporcionada por la radiación solar que penetró en el invernadero como ya fue explicado.

CONCLUSIONES

El modelo representó con bastante aproximación los perfiles de temperatura y humedad experimentales registrados en el centro de la pila excepto en los días de volteo. El modelamiento de la actividad microbiana tuvo una duración de 30-35 días, que fue igual a la experimental. En este periodo el modelo predijo una eliminación de la humedad de la pila del 63 % mientras que la experimental fue del 59 %. El calor generado por la actividad microbiana y estimado por el modelo fue suficiente para calentar el centro de la pila de 25°C hasta 65°C en 10 días, comportamiento que fue igual al registrado experimentalmente en el mismo periodo. El resto del calor biológico sólo aportó el 13 % del calor que se necesita para la evaporación de la humedad de la pila y el restante 87 % fue aportado por la radiación solar, estimaciones que se determinaron gracias al modelamiento. El modelo permitió estimar que el calor generado por la actividad microbiana incrementó cinco veces la velocidad de evaporación al elevar la T_{bh} a 65°C, valor que

coincidió con los datos experimentales. Por último, el modelo también mostró que sólo se degradó el 13 % de la materia orgánica, degradación idéntica a la experimental, produciendo al final del proceso un material seco con poder calorífico suficientemente alto para su uso como fuente de energía.

Las limitaciones que tiene el modelo es que no predice la temperatura y la humedad en la superficie de la pila ni en las capas intermedias; tampoco predice el comportamiento de dichos parámetros durante el volteo.

REFERENCIAS

- Bailey J.E. y Ollis D.F. (1986). *Metabolic stoichiometry and energetics. Biochemical engineering fundamentals.* McGraw-Hill Education, Dunfermline, Reino Unido, 984 pp.
- Cengel Y.A. y Ghajar A.J. (2011). *Conducción de calor en régimen transitorio.* En: *Transferencia de calor y masa.* 3a ed. McGraw-Hill, México, 225-294.
- De Guardia A., Petiot C., Benoist J. y Druilhe C. (2012). Characterization and modeling of the heat transfers in a pilot-scale reactor during composting under forced aeration. *Waste Manage.* 32, 1091-1105. DOI: 10.1016/j.wasman.2011.12.028
- Díaz-Megchún J. (2014). *Análisis del proceso térmico durante el biosecado de residuos sólidos orgánicos.* Tesis para obtener el título de Maestro en Ciencias en Bioprocesos, Instituto Politécnico Nacional, México.
- Higgings C. y Walker L. (2001). Validation of a new model for aerobic organic solids decomposition: simulations with substrate specific kinetics. *Process Biochem.* 36 (8-9), 875-884. DOI: 10.1016/S0032-9592(00)00285-5
- Kaiser J. (1996). Modelling composting as a microbial ecosystem: A simulation approach. *Ecol. Model.* 91 (1-3), 25-37. DOI: 10.1016/0304-3800(95)00157-3
- Martin T.W. (1961). Improved computer oriented methods for calculation of steam properties. *J. Heat Transfer* 83, 515-516.
- Mason I. (2006). Mathematical modelling of the composting process: A review. *Waste Manage.* 26, 3-21. DOI: 10.1016/j.wasman.2005.01.021
- Nieto-Monteros D.A. (2013). *Modelación de la fase termofílica en un proceso de composteo.* Tesis para obtener el título de Maestro en Ciencias en Bioprocesos, Instituto Politécnico Nacional, México.
- Oviedo O.E.R., Marmolejo R.L.F. y Torres L.P. (2014). Influencia de la frecuencia de volteo para el control de la humedad de los sustratos en el compostaje de biorresiduos de origen municipal. *Rev. Int. Contam. Ambie.* 30 (1), 91-100.
- Perry R. y Chilton C. (1987). *Manual del ingeniero químico, vol. II.* 2a ed. en español. McGraw-Hill, México, 802 pp.
- Petric I. y Selimbasic V. (2008). Development and validation of mathematical model for aerobic composting process. *Chem. Eng. J.* 139, 304-317. DOI: 10.1016/j.cej.2007.08.017
- Robles-Martínez F., Gerardo-Nieto O., Piña-Guzmán A.B., Montiel-Frausto L., Colomer-Mendoza J.F. y Orozco-Álvarez C. (2013). Obtención de un combustible alternativo a partir del biosecado de residuos hortofrutícolas. *Rev. Int. Contam. Ambie.* 29 (supl. 3), 79-88.
- Shao L.M., Ma Z.H., Zhang H., Zhang D.Q. y He P.J. (2010). Bio-drying and size sorting of municipal solid waste with high water content for improving energy recovery. *Waste Manage.* 30, 1165-1170. DOI: 10.1016/j.wasman.2010.01.011
- Singh P. y Heldman D. (2009). *Introducción a la ingeniería de los alimentos.* 2a ed. Editorial Acirbia, España, 576 pp.
- Van Ginkel J.T., Van Haneghem I.A. y Raats P.A.C. (2002). Physical properties of composting bulking materials: Gas permeability, oxygen diffusion coefficient and thermal conductivity. *Biosyst. Eng.* 81 (1), 113-125. DOI: 10.1006/bioe.2001.0009
- Vlyssides A., Mai S. y Barampouti E. (2009). An integrated mathematical model for composting of agricultural solid wastes and industrial wastewater. *Bioresource Technol.* 100, 4797-4806. DOI: 10.1016/j.biortech.2009.05.005
- Zambra C., Moraga N. y Escudey M. (2011). Heat and mass transfer in unsaturated porous media: Moisture effects in compost pile self-heating. *Int. J. Heat Mass Tran.* 54, 2801-2810. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2011.01.031
- Zhang Y., Lashermes G., Houot S., Doublet J., Steyer J., Zhu Y., Barriuso E. y Garnier P. (2012). Modelling of organic matter dynamics during the composting process. *Waste Manage.* 32, 19-30. DOI: 10.1016/j.wasman.2011.09.008